令和 6 年度 長岡大学 一般選抜 I 期（数学） 【解答例】

問題兼解答用紙は 3 枚です．すべての問題兼解答用紙に必ず受験番号，氏名を記入してください．

受験番号 ______________ 氏名 ______________

I. 次の各問いに答えなさい．

(1) $(-3x-2y)^2$ を展開しなさい．

［解］ $9x^2+12xy+4y^2$.

$$\begin{aligned}(\text{与式}) &= (3x+2y)^2\\ &= 9x^2+12xy+4y^2.\end{aligned}$$

(2) $a^2-4b^2+9c^2+6ac$ を因数分解しなさい．

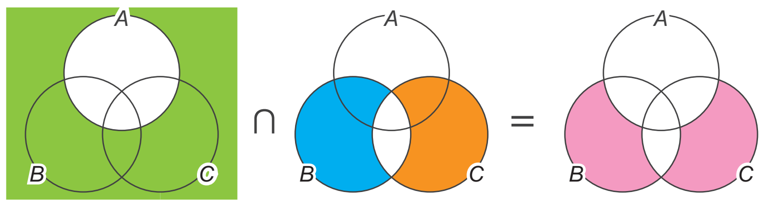
［解］ $(a+2b+3c)(a-2b+3c)$.

$$\begin{aligned}(\text{与式}) &= a^2+6ac+9c^2-4b^2\\ &= (a+3c)^2-(2b)^2\\ &= (a+2b+3c)(a-2b+3c).\end{aligned}$$

(3) 全体集合 U とし，その部分集合を A，B，C とする．

このとき，$\overline{A}\cap\{(B\cap\overline{C})\cup(\overline{B}\cap C)\}$ に該当する部分集合を塗りつぶしなさい．

［解］ 右図の桃色部分．



$\overline{A}$：緑色部分であり，

$(B\cap\overline{C})$：青色部分，

$(\overline{B}\cap C)$：橙色部分である．

青色部分と橙色部分の和集合が与式の｛ ｝部分であり，上図の真ん中のベン図となる．

したがって，$\overline{A}$ を示している左側のベン図と，与式の｛ ｝部分を示している真ん中のベン図の共通部分（重なる部分）が求める解となり，右側のベン図となる．

II. 次の各問いに答えなさい．

(1) 次の放物線と直線の共有点の座標を求めなさい．

$$\begin{cases} y=-2x^2-8x+1\\ y=-2x+5\end{cases}$$

［解］ $(-1,7)$，$(-2,9)$.

上の式の y に，下の式を代入し，連立方程式を解き，x の値を求め，それに対応する y の値を計算すれば良い．

$$\begin{aligned}-2x^2-8x+1 &= -2x+5\\ 2x^2+6x+4 &= 0\\ 2(x^2+3x+2) &= 0\\ 2(x+1)(x+2) &= 0 \qquad \therefore\ x=-1,\ -2.\end{aligned}$$

$x=-1$，-2 をそれぞれ下の式に代入すると，$y=7$，9 が求められる．

したがって，求める共有点の座標は，$(-1,7)$，$(-2,9)$ となる．

(2) 連立不等式 $\begin{cases} 6-7x \geqq 4(x-4)\\ x-1 \leqq 2(x-1)\end{cases}$ を解きなさい．

［解］ $1\leqq x\leqq 2$.

それぞれの式をまずは解いていくと，

上の式： $6-7x \geqq 4x-16 \qquad 11x\leqq 22. \qquad x\leqq 2.$

下の式： $x-1 \leqq 2x-2 \qquad x\geqq 1.$

上の 2 式の共通部分が解となるため，$1\leqq x\leqq 2$.　となる．

(3) 10 進数 81 を 2 進数と 5 進数でそれぞれ表しなさい．

［解］ 2 進数： $101\,0001_{(2)}$，　5 進数：$311_{(5)}$.

2 進数，5 進数に変換するには，81 を各基数すなわち，2 や 5 で割り，その余り（剰余）を順に並べていけば良い．

または，各基数にける各桁の重みを考えても良い．

2 進数の場合は，

$81=64+16+1=2^6+2^4+2^0$

であるから，$101\,0001_{(2)}$ と求められる．

同様に，5 進数の場合は，

$81=75+5+1=3\times5^2+1\times5^1+1\times5^0$

であるから，$311_{(5)}$ と求められる．

令和６年度 長岡大学 一般選抜Ⅰ期（数学）

問題兼解答用紙は３枚です．すべての問題兼解答用紙に必ず受験番号，氏名を記入してください．

受験番号 ＿＿＿＿＿＿＿＿ 氏名 ＿＿＿＿＿＿＿＿

III. 次の各問いに答えなさい．

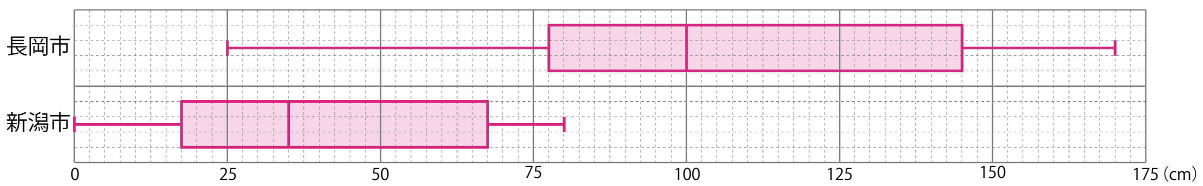
(1) 次の表は，気象庁の「過去の気象データ検索」から得た長岡市と新潟市の各年の最深積雪（cm）を一部加工したデータである．２都市の最深積雪の箱ひげ図をそれぞれ以下の領域に並べてかきなさい．なお，平均値は記入しなくて良い．

［注］一部加工とは解答しやすいよう 5cm 単位に値を丸めている．

表．長岡市と新潟市における各年の最深積雪量一覧

年	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
長岡市	145	170	125	75	95	95	80	145	35	25	145	115	100
新潟市	35	70	15	25	30	35	35	80	20	0	65	15	70

（答）



［解］ 上図の通り．

各都市の順序統計量は，以下の通りとなる．

長岡市： 25, 35, 75, 80, 95, 95, 100, 115, 125, 145, 145, 145, 170

新潟市： 0, 15, 15, 20, 25, 30, 35, 35, 35, 65, 70, 70, 80

▲

中央値は▲が示す７番目の値である．また，第１四分位数は，３番目と４番目の値の平均，第３四分位数は，10 番目と 11 番目の値の平均となることから，上記で示した解となる．

(2) 1 から 20 までの番号をつけた 20 枚の札から１枚抜き取るとき，番号が５の倍数かまたは６の倍数である確率を求めなさい．

［解］ $\frac{7}{20}$.

５の倍数（5，10，15，20：４枚）である札を抜き取る事象を A，
６の倍数（6，12，18：３枚）である札を抜き取る事象を B とする．

ここで，各倍数に重複する値がないことから，事象 A と 事象 B は互いに排反である．

求める確率は，$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{4}{20}+\frac{3}{20}=\frac{7}{20}$となる．

IV. 次の各問いに答えなさい．

(1) ある企業の工場には生産ライン A と B がある．それぞれの生産ラインが製品全体の７割と３割を作っている．これらの生産ラインの不良品の割合は，ライン A で 2%，ライン B で 5%である．
あるとき，製品を１つ選んでチェックした結果，不良品であることが分かった．
このとき，チェックした商品がライン A で作られた確率を求めなさい．

［解］ $\frac{14}{29}$.

製品を１つ選ぶ試行について，ライン A の製品を選ぶ事象を A，ライン B の製品を選ぶ事象を B，不良品を選ぶ事象を D とする．

すなわち，$P(A)=\frac{7}{10}$，$P(A)=\frac{3}{10}$，$P_A(D)=\frac{2}{100}$，$P_B(D)=\frac{5}{100}$.

求める条件付確率は，$P_D(A)=\frac{P(A\cap D)}{P(D)}$ となる．

ここで，$P(A\cap D)=P(A)\cdot P_A(D)=\frac{7}{10}\times\frac{2}{100}=\frac{14}{1,000}$ と計算できる．

$B=\overline{A}$ であることから，

同様に，$P(B\cap D)=P(B)\cdot P_B(D)=P(\overline{A})\cdot P_{\bar{A}}(D)=\frac{3}{10}\times\frac{5}{100}=\frac{15}{1,000}=P(\overline{A}\cap D)$ と計算できる．

したがって，$P(D)=P(A\cap D)+P(\overline{A}\cap D)=\frac{14}{1,000}+\frac{15}{1,000}=\frac{29}{1,000}$.

以上のことから，求める確率は $P_D(A)=\frac{P(A\cap D)}{P(D)}=\frac{14}{1,000}\div\frac{29}{1,000}=\frac{14}{29}$ となる．

(2) $4\cos\theta+2\sin\theta=\sqrt{2}$ のとき，$\tan\theta$ の値を求めなさい．ただし，$0^\circ\leqq\theta\leqq 180^\circ$ とする．

［解］ -7.

与式を変形し，$\cos\theta$ の式にすると，$\cos\theta=\frac{1}{4}\left(\sqrt{2}-2\sin\theta\right)$.

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ は任意の θ で成り立つため，この式に上式を代入すると，
$\sin^2\theta+\frac{1}{16}\left(\sqrt{2}-2\sin\theta\right)^2=1$ が得られる．

式を整理すると，$16\sin^2\theta+2-4\sqrt{2}\sin\theta+4\sin^2\theta=16$　　$20\sin^2\theta-4\sqrt{2}\sin\theta-14=0$ となる．

解の公式より，$\sin\theta=\frac{\sqrt{2}\pm\sqrt{2+10\cdot 7}}{10}=\frac{\sqrt{2}\pm\sqrt{72}}{10}=\frac{\sqrt{2}\pm 6\sqrt{2}}{10}$.　　$\sin\theta=\frac{7\sqrt{2}}{10}$，$-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

条件 $0^\circ\leqq\theta\leqq 180^\circ$ より，$0\leqq\sin\theta\leqq 1$ であるから，$\sin\theta=\frac{7\sqrt{2}}{10}$ となる．

上の解を $\cos\theta=\frac{1}{4}\left(\sqrt{2}-2\sin\theta\right)$ に代入すると，$\cos\theta=\frac{1}{4}\left(\sqrt{2}-2\cdot\frac{7\sqrt{2}}{10}\right)=\frac{1}{4}\cdot\left(-\frac{2\sqrt{2}}{5}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{10}$.

したがって，$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{7\sqrt{2}}{10}\div\left(-\frac{\sqrt{2}}{10}\right)=-7$.

与式を $\sin\theta$ の式にして，$\sin\theta$ を消去した場合，$\cos\theta=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$-\frac{\sqrt{2}}{10}$ となるが，θ の条件から $-1\leqq\cos\theta\leqq 1$ であるため，解の吟味がしにくい．

令和6年度 長岡大学 一般選抜 I 期（数学）

問題兼解答用紙は3枚です．すべての問題兼解答用紙に必ず受験番号，氏名を記入してください．　　受験番号 ________　氏名 ________

V. ある町内会が8人の子どもを連れてテーマパークに遊びに行った．引率の大人は4人で，合計12人である．4人乗りのアトラクションに乗ろうとするが，そのライド（乗り物）には，子どもだけではなく必ず大人1人以上を含めて乗る必要がある．次の各問いに答えなさい．

［注］ライド内で誰がどこの座席に座るかについては問わない．また，それぞれが何台目のライドに乗るかも問わない．

(1) 引率の大人A，B，C，Dさんには，子ども8人の中にそれぞれ自分の子どもが1人ずつ参加している．子どもは親と一緒のライドに乗ることにすると，全12人が3台のライドの分乗する方法は何通りか求めなさい．

［解］　36通り．

大人A，B，C，Dさんの子どもをそれぞれa，b，c，dとすると，
大人1人を必ず含むA-a，B-b，C-c，D-dの2人の組が4つできる．

これらを，各ライドに割り振る組合せは，1つのライドに上記で組んだ親子2組が乗る組合せを考えれば良い．
（∵ 残りの2つのライドには残った2組がそれぞれ乗ることが必然的に決まるため．）

したがって，1つのライドにどの親子が乗るかを考えると，${}_4C_2 = \dfrac{4!}{2!\cdot 2!} = \dfrac{3\times 4}{1\times 2} = 6$ 通りとなる．

さらに，親子が1組ずつ乗ったライドが2つあり，そこに残った子ども4人がどのように乗るかの組み合わせを考えるが，この場合も，どちらか1台のライドに2人を乗せてしまえば，最後に残った1台のライドには必然的に最終的に残った2人が乗ることになるため，親が引率していない4人の子どもの内，2人を選ぶ組合せを考えれば良い．
${}_4C_2 = \dfrac{4!}{2!\cdot 2!} = \dfrac{3\times 4}{1\times 2} = 6$ 通りとなる．
以上のことから，求める組合せは $6\times 6 = 36$ 通りである．

(2) 全12人が3台のライドに分乗する方法は何通りか求めなさい．

［解］　3,360通り．

最初に子どもの分乗方法を考える．
1台のライドに子ども2人，その他の2台のライドにはそれぞれ子ども3人が乗ることになる．

すなわち，2人，3人，3人の組み合わせを考えれば良いことから，

${}_8C_2\times{}_6C_3\times{}_3C_3 = \dfrac{8!}{2!\cdot 6!}\times\dfrac{6!}{3!\cdot 3!}\times\dfrac{3!}{0!\cdot 3!} = 28\times 20\times 1 = 560$ 通りとなる．

次に引率の大人の乗り方を考えるが，子どもが2人乗っているライドに，どの大人が乗るかだけを考えれば良い．

（∵ 上記の子どもの組み合わせについては，子どもをa，b，c，d，e，f，g，hとすると，
［a，b］,［c，d，e］,『f，g，h』という組合せと,［a，b］,［f，g，h］,『c，d，e』が含まれており，何台目のライドの乗るかは問わないということを考えると重複が含まれているため．　［注］『』は残りの子どもで自動的に決定される．）

したがって，子ども2人が乗っているライドに，大人2人が乗る組合せは，${}_4C_2 = \dfrac{4!}{2!\cdot 2!} = 6$ 通りとなる．
以上のことから，求める組合せは $560\times 6 = 3,360$ 通りである．

［別表記］
最初に引率の大人4人の乗り方を考える．
2台分のライドの乗り方を考えれば，残りは必然的に決まる．また，乗るライドの順番は問わないということのため，1台のライドに大人2人，2台目，3台目のライドにはそれぞれ大人1人が乗ることにすると，大人が分乗する組合せは，
${}_4C_2\times{}_2C_1 = \dfrac{4!}{2!\cdot 2!}\times\dfrac{2!}{1!\cdot 1!} = 12$ 通りとなる．

次に子どもの分乗方法も上記の条件から1台のライドに子ども2人，2台目，3台目のライドにはそれぞれ子ども3人が乗ることになるため．同様に，${}_8C_2\times{}_6C_3 = \dfrac{8!}{2!\cdot 6!}\times\dfrac{6!}{3!\cdot 3!} = 28\times 20 = 560$ 通りとなる．

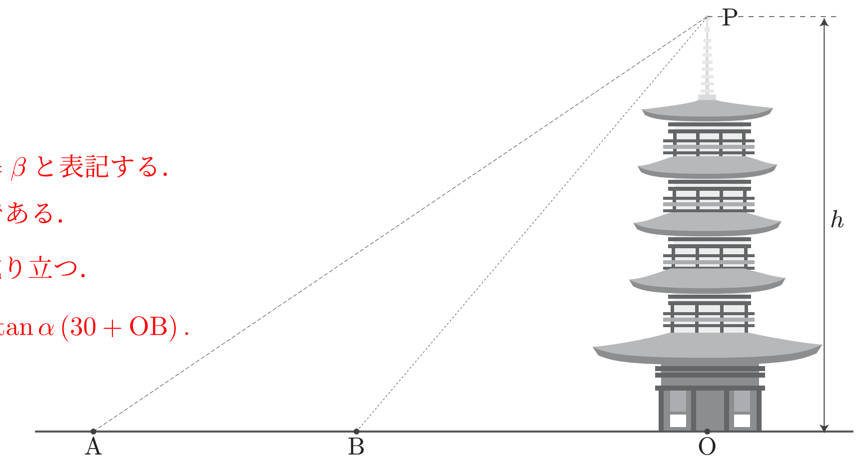
ただし，上記には大人1人，子ども3人が乗るライドが2台あり，それらの組み合わせが重複しているため，2倍の組合せ数になることから2で除す．

以上のことから，求める組合せは $12\times 560\div 2 = 3,360$ 通りである．

VI. 下の図のような五重塔がある．
五重の屋根から天に向かって突き出た金属製の部分の先端を点Pとし，点Pから地面に垂直に下した点を点Oとし，点Pと点Oの高さの差を h とする．また，五重塔から離れた点Aと点Bがあり，点Aと点Bの距離は30mであり，点O，点A，点Bは高低差のない同一平面上にあるとする．さらに，測量により計測した点A，点Bそれぞれからの点Pへの仰角は $\angle OAP = 40^\circ$，$\angle OBP = 60^\circ$ であった．
このとき，五重塔の高さである h(m) を求めなさい．

［注1］解答は小数点以下第1位を四捨五入し整数値で答えなさい．

［注2］問題を解答するにあたっては，必要に応じて以下の三角比の表（一部抜粋）を用いても良い．



［解］　49m．

式を簡単にするために，
$\angle OAP = 40^\circ = \alpha$，$\angle OBP = 60^\circ = \beta$ と表記する．

また，$OP = h$，　$OA = 30 + OB$ である．

三角関数の定義より，以下の式が成り立つ．

$\tan\alpha = \dfrac{h}{OA} = \dfrac{h}{30+OB}$　　$\therefore\ h = \tan\alpha\,(30+OB)$．

$\tan\beta = \dfrac{h}{OB}$　　$\therefore\ OB = \dfrac{h}{\tan\beta}$

したがって，$h = \tan\alpha\left(30 + \dfrac{h}{\tan\beta}\right)$ が得られ，

これを h について解くと，
$h\cdot\tan\beta = 30\tan\alpha\cdot\tan\beta + h\cdot\tan\alpha$
$h(\tan\beta - \tan\alpha) = 30\tan\alpha\cdot\tan\beta$

$\therefore\ h = 30\cdot\dfrac{\tan\alpha\cdot\tan\beta}{\tan\beta - \tan\alpha}$．

右の三角比の表から $\tan\alpha = \tan 40^\circ = 0.839$ であり，
$\tan\beta = \tan 60^\circ = 1.732$ であるから，

求める高さ $h = 30\times\dfrac{0.839\times 1.732}{1.732 - 0.839} = 30\times\dfrac{1.453148}{0.893} = 48.8\ldots$

指定桁数に丸めると，49mとなる．

ここでは，小数点以下第2位まであれば，精度は十分と考えられるため，30倍して小数点以下第2位までの精度を出すには，小数点以下第3位同士の割り算で十分と考えられ，実際は $30\times 1.453\div 0.89 = 43.59\div 0.89 = 48.9\ldots$ 程度の計算で良い．

三角比の表

角	正弦 (sin)	余弦 (cos)	正接 (tan)
0°	0.000	1.000	0.000
10°	0.174	0.985	0.176
20°	0.342	0.940	0.364
30°	0.500	0.866	0.577
40°	0.643	0.766	0.839
50°	0.766	0.643	1.192
60°	0.866	0.500	1.732
70°	0.940	0.342	2.747
80°	0.985	0.174	5.671
90°	1.000	0.000	——

［左問題別表記2］
最初に引率の大人2人と子ども2人の乗り方を考える．
${}_4C_2\times{}_8C_2 = \dfrac{4!}{2!\cdot 2!}\times\dfrac{8!}{2!\cdot 6!} = 6\times 28 = 168$ 通りとなる．

次に，残った大人のどちらかを特定しその1人と一緒にライドに乗り込む子ども3人を選ぶ組み合わせの乗り方を考えれば，残りは必然的に決まる．
したがって，上記の組み合わせは ${}_6C_3 = \dfrac{6!}{3!\cdot 3!} = 20$ 通りとなる．

以上のことから，求める組合せは $168\times 20\div 2 = 3,360$ 通りである．