令和７年度 長岡大学 一般選抜Ｉ期　数学　【解答例】

問題兼解答用紙は 3 枚です．すべての問題兼解答用紙に必ず受験番号，氏名を記入してください．

受験番号 ________________ 氏名 ________________

I. 次の各問いに答えなさい．

(1) $(2x^2+x-3)(2x^2-x-3)$ を展開しなさい．

［解］　$4x^2-13x^2+9.$

$$\begin{aligned}(\text{与式}) &= (2x^2-3+x)(2x^2-3-x)\\ &= (2x^2-3)^2-x^2\\ &= 4x^2-12x^2+9-x^2\\ &= 4x^2-13x^2+9.\end{aligned}$$

(2) $2x^2+xy-6y^2+2x-17y-12$ を因数分解しなさい．

［解］　$(x+2y+3)(2x-3y-4).$

変数 x について整理し，変数 y のみの部分をたすき掛けで因数分解をする．
その後，さらにもう一度たすき掛けによって，以下のように求められる．

$$\begin{aligned}(\text{与式}) &= 2x^2+(y+2)x-(2y+3)(3y+4)\\ &= \{x+(2y+3)\}\{2x-(3y+4)\}\\ &= (x+2y+3)(2x-3y-4).\end{aligned}$$

(3) x 軸との共有点の座標が $\left(\frac{7}{2},\ 0\right)$ と $\left(-\frac{13}{2},\ 0\right)$ であり，点 $\left(\frac{17}{2},\ -15\right)$ を通る放物線をもつ 2 次関数を求めなさい．

［解］　$y=-\frac{1}{5}x^2-\frac{3}{5}x+\frac{91}{20}$，　または　$y=-\frac{1}{5}\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+5.$

2 次関数の一般形を $y=ax^2+bx+c$ とおき，設問の 3 点を代入した連立方程式を解けば良い．

$$\begin{cases} 0 = \left(\frac{7}{2}\right)^2a + \frac{7}{2}b + c \quad \ldots \quad (\text{式 }1)\\ 0 = \left(-\frac{13}{2}\right)^2a - \frac{13}{2}b + c \quad \ldots \quad (\text{式 }2)\\ -15 = \left(\frac{17}{2}\right)^2a + \frac{17}{2}b + c \quad \ldots \quad (\text{式 }3)\end{cases}$$

(式 1) を (式 2)，(式 3) に代入し，変数 c を消去し，式を整理すると，

$$\begin{cases} 0 = \left(-\frac{13}{2}\right)^2a - \frac{13}{2}b - \left(\frac{7}{2}\right)^2a - \frac{7}{2}b \quad \ldots \quad (\text{式 }2')\\ -15 = \left(\frac{17}{2}\right)^2a + \frac{17}{2}b - \left(\frac{7}{2}\right)^2a - \frac{7}{2}b \quad \ldots \quad (\text{式 }3')\end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = \frac{169-49}{4}a - \frac{13+7}{2}b = 30a - 10b \quad \ldots \quad (\text{式 }2')\\ -15 = \frac{289-49}{4}a + \frac{17-7}{2}b = 60a + 5b \quad \ldots \quad (\text{式 }3')\end{cases}$$

(式 2′) $\times 2-$ (式 3′) より，$-25b=15$ が得られ，$b=-\frac{3}{5}$ と求められ，これを (式 2′) に代入し，$a=-\frac{1}{5}$ を得る．

$a=-\frac{1}{5}$，$b=-\frac{3}{5}$ を (式 1) に代入し，$0=-\frac{49}{4}\times\frac{1}{5}-\frac{7}{2}\times\frac{3}{5}+c$ より，$c=\frac{49+42}{20}=\frac{91}{20}$ と求められる．

II. 次の各問いに答えなさい．

(1) $(\sin 50^\circ+\cos 50^\circ)^2+(\cos 140^\circ-\cos 130^\circ)^2$ の値を求めなさい．

［解］　2.

$$\begin{aligned}(\text{与式}) &= (\sin 50^\circ+\cos 50^\circ)^2+\{\cos(90^\circ+50^\circ)-\cos(180^\circ-50^\circ)\}^2\\ &= (\sin 50^\circ+\cos 50^\circ)^2+(-\sin 50^\circ+\cos 50^\circ)^2\\ &= 2(\sin^2 50^\circ+\cos^2 50^\circ)=2\end{aligned}$$

(2) ある大学で n 人の学生に期末試験を行ったところ，平均点は μ 点，標準偏差は s 点であった．
想定よりも全体の成績が低調だったため，各学生の期末試験の素点 x_i を 1.2 倍し，さらに 5 点を加えた点数 y_i とした上で最終的な評価とすることにした．
最終的な評価の平均点 μ' と，標準偏差 s' を答えなさい．

［解］　平均点 μ'：$1.2\mu+5$　，　標準偏差 s'：$1.2s.$

各学生の成績は，$y_i=1.2x_i+5$ と変換されるため，平均点 μ' は，$1.2\mu+5$ となる．
標準偏差は，1.2 倍された分は反映されるが，5 点を加えた分は単に成績が上方にシフトしただけのため，
バラツキには影響しないため標準偏差 s' は，$1.2s$ となる．

(3) 6 個の数字 0, 1, 2, 3, 4, 5 を使ってできる 4 桁の偶数は何個あるか求めなさい．
ただし，同じ数字は 2 度以上使わないものとする．

［解］　156 個.

偶数のため，一の位は 0，2，4 の 3 個の数字に限定される．

一の位が 0 の場合は，残りの千の位，百の位，十の位は残りの 5 つから自由に選び数値と作ることができる．
したがって，一の位が 0 の偶数は，${}_5\mathrm{P}_3=\frac{5!}{(5-3)!}=5\times4\times3=60$ 個 となる．

一方，一の位が 2，4 の場合は，千の位が 0 となると 4 桁の偶数にならないため，0 を除く 4 個の数字のいずれかに限定される．

百の位，十の位は，千の位，一の位に使われなかった 4 つから自由に選び数値と作ることができる．
したがって，一の位が 2，4 の偶数は，$4\times{}_4\mathrm{P}_2\times2=4\times\frac{4!}{(4-3)!}\times2=4\times(4\times3)\times2=96$ 個 となる．

以上から，4 桁の偶数は 156 個となる．

III. 次の各問いに答えなさい．

(1) $11120_{(3)}$ を 10 進法で表しなさい．

［解］　$123_{(10)}$.

3 進法の各桁の重みは，3^4 3^3 3^2 3^2 3^0 であり，10 進法で表すには，各桁の重みに各桁の値を掛けた総和で以下の通り求められる．

$$\begin{aligned} & 1\times 3^4 + 1\times 3^3 + 1\times 3^2 + 2\times 3^1 + 0\times 3^0 \\ = & 1\times 81 + 1\times 27 + 1\times 9 + 2\times 3 + 0\times 1 \\ = & 123. \end{aligned}$$

(2) $\sqrt{\dfrac{15n}{28}}$ が有理数となる最小の自然数 n を求めなさい．

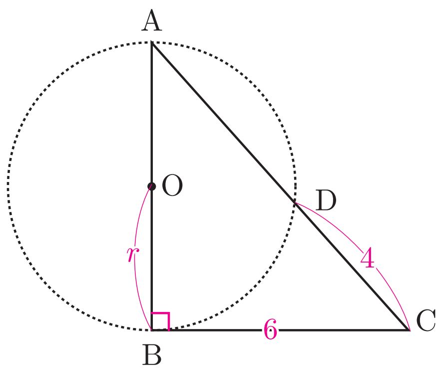
［解］　105.

分子，分母がそれぞれ平方数になれば，以下の通り根号を外すことができ，解を求めることができる．

$$\sqrt{\frac{15n}{28}} = \sqrt{\frac{3\times 5\times n}{2\times 2\times 7}} = \sqrt{\frac{3\times 5\times (3\times 5\times 7)}{2\times 2\times 7}} = \frac{3\times 5}{2}.$$

したがって，$n = 3\times 5\times 7 = 105$ と求められる．

(3) △ABC の辺 AB は円 O の中心を通り，点 A，点 B とも円 O の円周上にあり，辺 BC は円 O の接線である．また，辺 CA と円 O との交点を点 D とする．
BC = 6，CD = 4 とするとき，円 O の半径を求めなさい．



［解］　$\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$.

AC = AD + 4，BC = 6 である．

接線に関する「方べきの定理」より $\mathrm{CD}\cdot\mathrm{AC} = \mathrm{BC}^2$ が成り立つため，

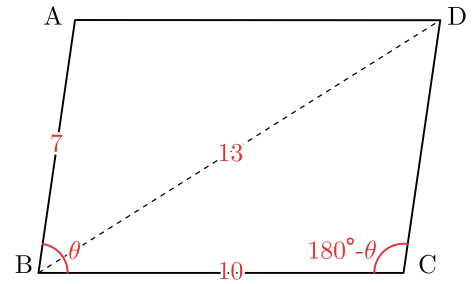
$4(\mathrm{AD}+4) = 6^2$.　　$4\mathrm{AD} = 36 - 16 = 20$.

したがって，AD = 5，すなわち AC = 9 と求められる．

円 O の半径を r とすると,「三平方の定理」より，$(2r)^2 + 6^2 = 9^2$　　$4r^2 = 81 - 36 = 45$.

$\therefore\ r = \dfrac{3\sqrt{5}}{2}$ と求められる．

IV. 平行四辺形 ABCD において，辺 AB = 7, 辺 BC = 10, 辺 BD = 13 とする．
次の各問いに答えなさい．



(1) $\cos\angle\mathrm{ABC}$ の値を求めなさい．

［解］　$\dfrac{1}{7}$.

ABCD は平行四辺形のため辺 CB = 7 であるから，

△BCD において余弦定理を利用し，$\cos(180^\circ-\theta) = \dfrac{7^2+10^2-13^2}{2\cdot 7\cdot 10} = -\dfrac{1}{7}$.

$\cos(180^\circ-\theta) = -\cos\theta$ の関係から，$\cos\theta = \dfrac{1}{7}$.

(2) 平行四辺形 ABCD の面積を求めなさい．

［解］　$40\sqrt{3}$.

(1) および $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ より，$\sin\theta = \sqrt{1-\dfrac{1}{49}} = \sqrt{\dfrac{48}{49}} = \dfrac{4\sqrt{3}}{7}$.

したがって，平行四辺形 ABCD の面積 $= \mathrm{BC}\cdot\mathrm{AB}\sin\theta = 10\cdot 7\,\dfrac{4\sqrt{3}}{7} = 40\sqrt{3}$.

(3) 辺 AC の長さを求めなさい．

［解］　$\sqrt{129}$.

△ABC において余弦定理を利用すると，

$\mathrm{AC}^2 = \mathrm{AB}^2 + \mathrm{BC}^2 - 2\cdot\mathrm{AB}\cdot\mathrm{BC}\cos\theta = 49 + 100 - 2\cdot 7\cdot 10\cdot\dfrac{1}{7} = 149 - 20 = 129$.

$\mathrm{AC} = \sqrt{129}$.

令和７年度 長岡大学 一般選抜Ⅰ期　数学

問題兼解答用紙は３枚です．すべての問題兼解答用紙に必ず受験番号，氏名を記入してください．　　　受験番号 ＿＿＿＿＿＿＿＿　氏名 ＿＿＿＿＿＿＿＿

V. トランプの「♠A」から「♠10」の 10 枚を用いてゲームを行う．
2 枚を同時に引き，「♠A」と「♠7」だった場合は「1 等」として 1,000 円分の商品券が得られ，2 枚のトランプの数字の和が 15 以上の場合は「2 等」として 200 円分の商品券が得られ，それ以外の場合は「はずれ」とする．［注］ただし，「♠A」の数字は 1 として考える．
次の各問いに答えなさい．

(1) 「2 等」が出る確率を求めなさい．

［解］　0.2.

10 枚から 2 枚引く組合せは，${}_{10}C_2 = \dfrac{10!}{2!(10-2)!} = \dfrac{10\times 9}{2} = 45$ 通りである．

2 枚の数字の和が 15 以上となるのは，「5-10」，「6-9，6-10」，「7-8，7-9，7-10」，「8-9，8-10」，「9-10」の 9 通りである．

すなわち，「2 等」の確率は，$\dfrac{9}{45} = \dfrac{1}{5} = 0.2$ となる．

(2) このゲームで得られる商品券の期待値を求めなさい．
［注］解答を小数で記述する場合は，小数点以下第 2 位を四捨五入し小数点以下第 1 位まで答えなさい．

［解］　62.2 円　$\left(= \frac{560}{9}\text{円}\right)$.

「1 等」の確率は $\dfrac{1}{45}$ であり，「2 等」の確率は $\dfrac{9}{45}$ であることから，

求める期待値は，$1,000\text{円} \times \dfrac{1}{45} + 200\text{円} \times \dfrac{9}{45} = \dfrac{1,000 + 1,800}{45}\text{円} = \dfrac{560}{9}\text{円} = 62.222\ldots\text{円} \fallingdotseq 62.2\text{円}$ となる．

(3) このゲームの主催者は，ゲーム 1 回 100 円の料金として，1 日あたり 500 回のゲーム実施を見込んでいる．このとき，主催者の 1 日あたりの利益（ゲーム料金の総額 −「1 等」・「2 等」の参加者に渡す商品券の総額）はいくらと見込めるか求めなさい．
［注］小数点以下の数値を含む場合は，小数点以下切り捨てとする．

［解］　18, 888 円.

ゲーム料金の総額は，$100\text{円} \times 500\text{回} = 50,000\text{円}$ であり，参加者に渡す商品券の総額は，(2) の期待値より，$62.2\text{円}\cdots \times 500\text{回} = 31,111.11\ldots$ である．

したがって，求める主催者の 1 日あたりの利益は，$50,000\text{円} - 31,111.11\ldots\text{円} = 18,888.88\ldots\text{円} \fallingdotseq 18,888\text{円}$ となる．

［別解］1 回あたりの主催者の利益の期待値は $100\text{円} - \dfrac{560}{9}\text{円} = \dfrac{340}{9}\text{円}$ であることから，
1 日あたりの主催者の利益は $\dfrac{340}{9}\text{円} \times 500\text{回} = \dfrac{170,000}{9} = 18,888.88\ldots\text{円}$ となる．

VI. 近年，いわゆる「地球温暖化」によって気象状況が変わってきているのではないかと言われている．
そのため，気象庁の「過去の気象データ検索」から得た長岡市の各年の合計降雪量（cm）について，データがある最も古い 1981 年からの 10 年間と，最新のデータとなる 2015 年からの 10 年間についてどのような状況か調査することにした．そのデータを示した表は以下の通りである．
（ただし，計算しやすいよう 10cm 単位に値を丸めている．）

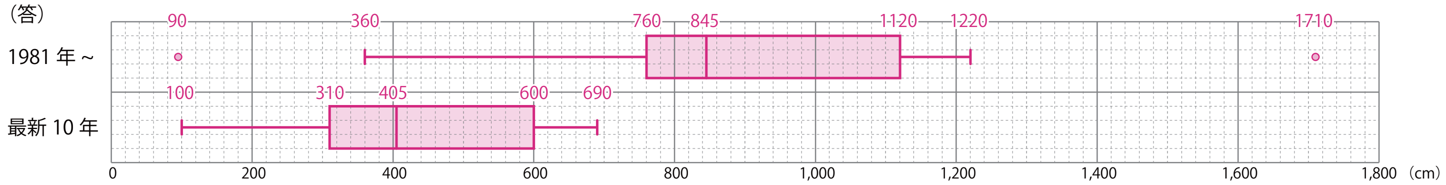
表．長岡市の各年の合計降雪量

年	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990
合計積雪量 [cm]	870	820	760	1,220	910	1,710	1,120	770	90	360
年	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024
合計積雪量 [cm]	470	330	310	610	340	100	690	600	510	240

次の各問いに答えなさい．

(1) 1981 年からの 10 年間と，最新の 10 年間の合計積雪量の箱ひげ図をそれぞれ以下の領域に並べてかきなさい．外れ値がある場合は，白丸◯で示しなさい．なお，平均値は記入しなくて良い．
［注 1］外れ値は，「（第 1 四分位数）− 1.5 ×（四分位範囲）」以下の値，または「（第 3 四分位数）+ 1.5 ×（四分位範囲）」以上の値とする．
［注 2］以下の方眼は，1 目盛の降雪量が 20cm のため，目盛と目盛の間になる値の場合は，該当する目盛間に記述されていれば良いとする．

（答）



(2) 以下の（ア）～（オ）の説明の内，長岡市の各 10 年間の合計降雪量の説明として適切なものをすべて選び，記号で答えなさい．ただし，1981 年からの 10 年間と，2015 年からの 10 年間の合計降雪量の標準偏差を表計算ソフトウェアを用いて計算したら，それぞれ 422.5cm と 177.0cm であった．

（ア） 1981 年からの 10 年間の方が，2015 年からの 10 年間よりも各年の降雪量は安定していた．
（イ） 1981 年からの 10 年間の第 1 四分位数よりも，2015 年からの 10 年間の最大値の方が大きい．
（ウ） 1981 年からの 10 年間は，2015 年からの 10 年間と比較して平均 2 倍程度も降雪量があった．
（エ） 各 10 年間の合計降雪量の平均値に対して，各標準偏差は，$\frac{1}{2}$ 程度になっている．
（オ） 2015 年からの 10 年間においては，外れ値の年が観測されるほど，極端な雪の降り方になっている．

［注 1］上記を判断するために必要な代表値があれば，自ら計算しなさい．
［注 2］ここでの 2 倍とは，1.9 倍超 2.1 倍未満を示し，$\frac{1}{2}$ 程度とは，0.4 超 0.6 未満を示すこととする．

［解］　（ウ），（エ）．

1981 年～の 10 年間と，2015 年～10 年間の平均合計降雪量はそれぞれ 863cm，420cm である．
したがって（ウ）は正しい．
各 10 年間の平均に対する標準偏差の割合は，約 0.49 と約 0.42 である．したがって，（エ）は正しい．